إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات 3 ت.إ

الحل النموذجي

التمرين الأول

I. تعيين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) متتالية ثابتة :

(u_n) ثابتة أي أن كل حدودها متساوية : $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ 9u_{n+1} - 6u_n + 8 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} u_{n+1} = u_n = u_0 = \alpha \\ 9\alpha - 6\alpha + 8 = 0 \end{cases}$

ومنه نجد : $\alpha = -\frac{8}{3}$

II. نعرف $\alpha = 2$ المتتالية (v_n) كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9} \end{cases}$ مع ، $v_n = u_n + \frac{8}{3}$

1. حساب u_1 . u_2 :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{2}{3}u_0 - \frac{8}{9} = \frac{2}{3}(2) - \frac{8}{9} = \frac{4}{3} - \frac{8}{9} = \frac{12}{9} - \frac{8}{9} = \frac{4}{9} \\ u_2 = \frac{2}{3}u_1 - \frac{8}{9} = \frac{2}{3}(\frac{4}{9}) - \frac{8}{9} = \frac{8}{27} - \frac{8}{9} = \frac{8-24}{27} = \frac{-16}{27} \end{cases}$$

2. تبيان أن v_n متتالية هندسية : لدينا

$$\begin{cases} v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{8}{3} \quad .....(1) \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9} \quad .....(2) \\ u_n = v_n - \frac{8}{3} \quad .....(3) \end{cases}$$

بتعويض (2) في (1) ثم تعويض (3) نجد :

$$\begin{cases} v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{8}{3} \\ v_{n+1} = (\frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9}) + \frac{8}{3} = \frac{2}{3}u_n + \frac{16}{9}. \\ v_{n+1} = \frac{2}{3}(v_n - \frac{8}{3}) + \frac{16}{9} = \frac{2}{3}v_n - \frac{16}{9} + \frac{16}{9} \\ v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n \end{cases}$$

ومنه المتتالية v_n متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$

حساب الحد الأول v_0 : لدينا $v_n = u_n + \frac{8}{3}$ ومنه : $v_0 = u_0 + \frac{8}{3} = 2 + \frac{8}{3} = \frac{14}{3}$

3. عبارة الحد العام لـ v_n: $v_n = v_p \times (q)^{n-p} \leftarrow v_n = v_0 \times (q)^n \leftarrow v_n = \frac{14}{3} \times (\frac{2}{3})^n$

$$v_n = \frac{14}{3} \times (\frac{2}{3})^n$$

عبارة الحد العام لـ u_n: $u_n = v_n - \frac{8}{3} \leftarrow u_n = \frac{14}{3} \times (\frac{2}{3})^n - \frac{8}{3}$

4. النهاية لـ v_n: بما أن v_n متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3} < 1$ فإن : $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$

النهاية لـ u_n: بما أن u_n متتالية عددية معرفة بـ : $u_n = v_n - \frac{8}{3}$

فإن : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \lim\limits_{n \to +\infty} (v_n - \frac{8}{3}) = \lim\limits_{n \to +\infty} v_n - \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{8}{3} = 0 - \frac{8}{3}$

أي : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\frac{8}{3}$

5. حساب المجموع S_1 بحيث :

$S_1 = v_0 + v_1 + ... + v_n$ مجموع n+1 حد لمتتالية هندسية

$$S_1 = v_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right) = \frac{14}{3}\left(\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{2}{3}\right)}\right) = \frac{14}{3}\left(\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{\left(\frac{1}{3}\right)}\right)$$

$$S_1 = \frac{3}{1} \times \frac{14}{3}\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) = 14\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)$$

حساب المجموع S_2 بحيث :

$S_2 = u_0 + u_1 + ... + u_n$ مجموع n+1 حد لمتتالية عددية

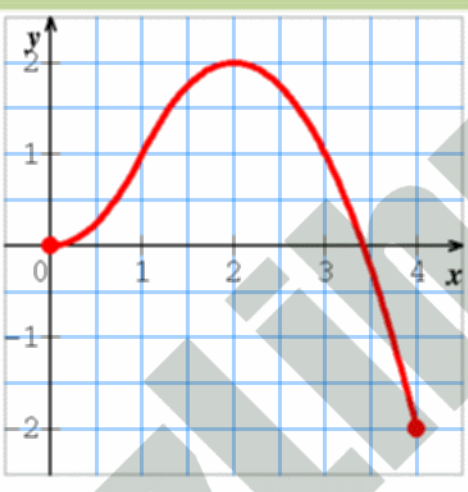
$$S_2 = (v_0 - \frac{8}{3}) + (v_1 - \frac{8}{3}) + ... + (v_n - \frac{8}{3})$$

$$S_2 = (v_0 + v_1 + ... + v_n) - (\frac{8}{3} + \frac{8}{3} + ... + \frac{8}{3})$$

$$S_2 = S_1 - \frac{8}{3}(n+1)$$

$$S_2 = 14\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) - \frac{8}{3}(n+1)$$

التمرين الثاني



1 جدول تغيرات الدالة f هو كما يلي :

x	0		+2		4
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	0	↗	2	↘	-2

2 الدالة f دالة مستمرة على [0 ; 4] لأن المنحنى مرسوم دون رفع القلم .

3 القيمة الحدية الكبرى هي 2 عند فاصلة 2 .

4 البيان الممثل للدالة g بحيث : $g(x) = |f(x)|$

التمرين الثالث

في سنة 2004 صندوق التقاعد يقترح على منخرطيه جدول دفع الإشتراك السنوات السابقة في كل ثلاثي (ثلاثة أشهر)

سن المنخرط بالسنوات	54	55	56	57	58
الرتبة x_i	0	1	3	3	4
المبلغ y_i للإشتراك في كل ثلاثي بالدينار	2229	2285	2340	2394	2449

1. حساب إرتفاع النسبة المئوية للدفع في كل ثلاثي لأجير عمره يقارب 54 سنة و أجير عمره يقارب 58 سنة

$$S = \frac{2449 - 2229}{2229} \times 100 = 9,86 \ \% = 10 \ \%$$

2. تعيين إحداثيي النقطة المتوسطة G .

$$\overline{x} = \frac{0+1+2+3+4}{5} = 2$$

$$\overline{y} = \frac{2229 + 2285 + 2340 + 2394 + 2449}{5} = 2339,4$$

G (2 ; 2339,4)

3. سحابة النقط .

4. تعيين معادلة مختصرة لمستقيم الإنحدار (Δ) بطريقة المربعات الدنيا .

x_i	0	1	2	3	4	المجاميع
y_i	2229	2285	2340	2394	2449	
$x_i - \overline{x}$	-2	-1	0	1	2	-
$y_i - \overline{y}$	-110,4	-54,4	0,6	54,6	109,6	-
$(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})$	220,8	54,4	0	54,6	219,2	549
$(x_i - \overline{x})^2$	4	1	0	1	4	10

$$a = \frac{\sum (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum (x_i - \overline{x})^2} = 54,9$$

$$b = \overline{y} - a.\overline{x} = 2229,6$$

$$y = 54,9x + 2229,6$$

5. بهذا التعديل التآلفي كم يصبح المبلغ المدفوع كل ثلاثي لأجير عمره 60 سنة ؟

الرتبة الموفقة لأجير عمره 60 سنة هي $x = 6$

$$y = 54,9x + 2229,6 = 54,9(6) + 2229,6 = 2559$$

Dzlibrary.com