حل التمرين الأول

1) حساب الفرق $A-B$.

لدينا: $A=\dfrac{x-1}{x}$ و $B=\dfrac{x}{x+1}$ ومنه :

$$A-B=\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x+1}=\frac{(x-1)(x+1)-x^2}{x(x+1)}=\frac{\cancel{x^2}-1-\cancel{x^2}}{x(x+1)}=\frac{-1}{x(x+1)}$$ وبالتالي :

$$\boxed{A-B=\frac{-1}{x(x+1)}}$$

2) استنتاج اشارة الفرق بين $A-B$

بما أن $x\succ 0$ فإن $x(x+1)\succ 0$ وعليه $\dfrac{-1}{x(x+1)}\prec 0$ وبالتالي $\boxed{A-B\prec 0}$

- المقارنة بين A و B .

بما أن $A-B\prec 0$ فإن $A\prec B$ وعليه :

$$\boxed{\frac{x-1}{x}\prec\frac{x}{x+1}} \qquad (1)$$

3) استنتاج مقارنة بين العددين $\sqrt{\dfrac{2018}{2019}}$ و $\sqrt{\dfrac{2017}{2018}}$.

بأخذ $x=2018$ في المتراجحة (1) نجد : $\dfrac{2017}{2018}\prec\dfrac{2018}{2019}$ وبما أن $\dfrac{2017}{2018}\succ 0$ و $\dfrac{2018}{2019}\succ 0$ فإن :

$$\boxed{\sqrt{\frac{2017}{2018}}\prec\sqrt{\frac{2018}{2019}}}$$

حل التمرين الثاني

1) تحليل العددين 1788 و 999 الى جداء عوامل أولية .

لدينا : $\boxed{999=3^3\times 37}$

و $\boxed{1782=2\times 3^4\times 11}$

2) استنتاج $PGCD(999,1782)$.

$$\boxed{PGCD(999,1782)=3^3=27}$$

3) أ) طبيعة العدد a .

بما أن للعدد a دور فهو عدد $\boxed{\text{عشري}}$

ب) تبيان أن $a=\dfrac{1782}{999}$.

لدينا : $a=1.783782783...=1.\underline{783}$

ومنه : $a=1+0.783782783...$ بأخذ $x=0.783782783...$ نجد $1000x=783.782783...$

اي $1000x=783+0.782783...$ اي $1000x=783+x$ وبالتالي $999x=783$ ومنه $x=\dfrac{783}{999}$

لدينا : $a = 1 + 0.783782783...$ و $x = 0.783782783...$ ومنه $a = 1 + x$ اي $a = 1 + \frac{783}{999}$

واخيرا نجد : $a = \frac{1782}{999}$

ج) استنتاج الشكل الغير قابل للإختزال للعدد a .

بما أن $PGCD(999, 1782) = 27$ فإن $a = \frac{\frac{1782}{27}}{\frac{999}{27}}$ ومنه : $a = \frac{66}{37}$

حل التمرين الثالث

x و y عددان حقيقيان حيث : $6 \prec x \prec 10$ و $-9 \prec y \prec -10$.

I و J مجموعتان من $\mathbb{R}$ حيث : $I = [-2\ ;\ 1] \cup [2; 4]$ و $J = [0\ ;\ 1[\cup [5; +\infty[$.

1) تعيّن المجالات : $I \cap J$ و $I \cup J$.

لدينا : $I = [-2\ ;\ 1] \cup [2; 4]$ و $J = [0\ ;\ 1[\cup [5; +\infty[$ ومنه نجد :

$I \cap J = [0, 1[$ و $I \cup J = [-2\ ;\ 1] \cup [2\ ;\ 4] \cup [5; +\infty[$

2) اعطاء حصرا لكل من $x - y$ و xy .

✍ حصر $x - y$:

لدينا :

$6 \prec x \prec 10$ (2)

$-10 \prec y \prec -9$ (3)

بضرب المتراجحة (3) في العدد (-1) نجد :

$9 \prec -y \prec 10$ (4)

بالجمع بين المتراجحتين (2) و (4) نجد : $15 \prec x - y \prec 20$

✍ حصر xy :

بالضرب بين المتراجحتين (2) و (4) نجد : $54 \prec -xy \prec 100$

بضرب هذه المتراجحة الأخيرة في العدد (-1) نجد : $-100 \prec xy \prec -54$

3) تبيان أن : $|x - 8| \prec 2$.

لدينا : $6 \prec x \prec 10$ بطرح العدد (8) من هذه المتراجحة نجد : $-2 \prec x - 8 \prec 2$ ومنه $|x - 8| \prec 2$.

4) التعبيرعن الحصر $-9 \prec y \prec -10$ على شكل مجال ثم على شكل قيمة مطلقة .

✗ على شكل مجال :

$-9 \prec y \prec -10$ معناه : $y \in [-10\ ;\ -9]$

✗ على شكل قيمة مطلقة :

$-9 \prec y \prec -10$ معناه : $\left|x + \frac{19}{2}\right| \prec \frac{1}{2}$

5) حل المعادلة $|y-8|=2$ ثم استنتاج حلول المتراجحة $|y-8| \prec 2$.

✗ حل المعادلة $|y-8|=2$:

ولتكن S مجموعة حلولها :

$|y-8|=2$ تكافئ $\begin{cases} y-8=2 \\ y-8=-2 \end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} y=10 \\ y=6 \end{cases}$ ومنه : $S=\{6,10\}$

✗ استنتاج حلول المتراجحة $|y-8| \prec 2$:

لتكن D مجموعة حلول هذه المتراجحة :

$|y-8| \prec 2$ تكافئ $-2 \prec y-8 \prec 2$ تكافئ $6 \prec y \prec 10$ تكافئ $y \in]6;10[$ ومنه : $D=]6;10[$.

مع خالص تمنياتنا لكم بالتوفيق و النجاح