إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

السُّؤَالُ النَّظَرِي:(نُقْطَةٌ وَاحِدَةٌ)

أجب على سؤال واحد فقط:

❶ f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x)=2x+3$.

برّر لماذا: $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=5$.

❷ f دالة عددية معرفة و قابلة للإشتقاق على المجموعة D.

إذا كانت f ثابتة على D فإنّ الدالة المشتقة للدالة f تنعدم من أجل كل قيمة من D.

أثبت أن العكس ليس دائما صحيح.

التمرين الأوّل: (07نِقَاطٍ): أجب بـ: **صح** أو **خطأ** مع التبرير.

1) إذا كان: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=1$ فإنّ $f(x)=g(x)$.(يمكن التبرير بمثال واحد فقط).

2) $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[f(x)+2x+1\right]=\dfrac{3}{2}$ تكافئ أنّ: المستقيم ذو المعادلة $y=-2x+\dfrac{1}{2}$ مقارب مائل لمنحى الدالة f.

3) من أجل كل عددان حقيقيان سالبان تماما: a وَ b: $\ln(a\times b)=\ln(-a)+\ln|b|$.

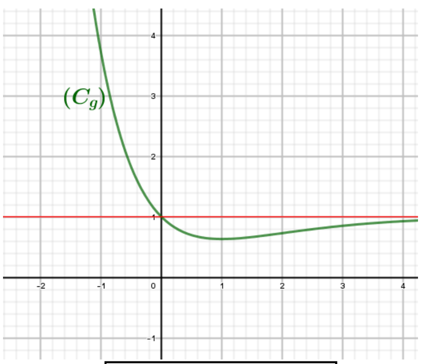
4) $3\ln\left(\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}}\right)+12\ln\left(\sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{\left(3-2\sqrt{2}\right)^{10}}}}\right)=0$.

5) المعادلة $\left(x\right)^{\sqrt{x}}=\left(\sqrt{x}\right)^{x}$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}_+^*$.

6) $1+3^{\frac{1}{2}}+3^{\frac{2}{2}}+3^{\frac{3}{2}}+....+3^{\frac{n}{2}}=-\dfrac{1}{2}\left(1-\left(\sqrt{3}\right)^{n+1}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)$.حيث $(n\in\mathbb{N})$.

7) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ و في ***الشكل 01*** جدول تغيراتها .

وَ g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ و في ***الشكل 02*** تمثيلها البياني .



الشكل 02

X	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	4 ↘	2	↗ $+\infty$

الشكل 01

$\lim\limits_{x\to+\infty}(f\circ g)(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(g\circ f)(x)=2$

التمرين الثّاني:(03 نقاط)

f وَ g دالتان عدديتان معرفتان و **قابلتان للإشتقاق** عند العدد الحقيقي x_0.

بحيث: $f(x_0)=g(x_0)=0$ وَ $g'(x_0)\neq 0$.

1) هل الدّالتان f وَ g مستمرتان عند القيمة x_0 ؟. بــرّر إجابتك.

2) بين أنَّ: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$.

3) استنتج: $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin(x)+\cos(x)-1}{x^2-x}\right)$.

التمرين الثالث :(08 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بـِ: $f(x)=e\ln(x)-x$

C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب نهاية الدالة f عند أطراف مجال التعريف.

2) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها. ثم استنتج إشارة الدالة f على $\mathbb{R}_+^*$.

3) قارن بين العددين: π^e وَ e^π.

4) عين معادلة لـِ T مماس المنحنى C_f في النقطة A ذات الفاصلة $x_0=1$.

- بين أنَّ المعادلة $e\ln x=x-3$ تقبل **حلين فقط** α وَ β حيث $\alpha\in]0;1[$ وَ $\beta\in]8.9;9[$.
- استعمل الجدول أدناه من أجل استنتاج **أحسن** حصر للعدد α سعته 10^{-1}.

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$f(x)$	-6,36	-4,57	-3,57	-2,89	-2,38	-1,99	-1,67	-1,41	-1,19	-1

5) أنشئ C_f على المجال $]0;\beta]$ في المعلم السابق.

6) ناقش ***بيانيا*** حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=m+1$.

7) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـِ: $g(x)=e\ln(x+1)-x$.

- تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$ فإنَّ $g(x)=f(x+1)+1$.
- اشرح- **دون رسم** - كيفية إنشاء C_g انطلاقا من C_f.

8) h دالةعددية معرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بـِ: $h(x)=x\left(e\left(\ln(x)-1\right)-\dfrac{1}{2}x\right)$.

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}_+^*$ فإنّ: $h'(x)=a\ln x+bx+c$ حيث a, b وَ c أعداد حقيقية يُطلب تعينها.
- أحسب نهاية الدالة h عند أطراف مجال التعريف.
- استنتج إتجاه تغير الدالة h.