اختبار الثلاثي الاوّل في مادّة الرياضيات

	المدّة: 03 ساعات	الشعبة: 3 علوم تجريبية

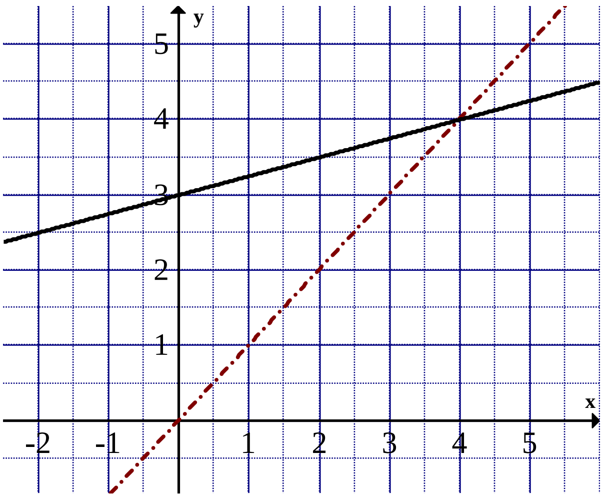
التمرين الاوّل:(06نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=0$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ حيث f الدالة المعرفة على $\Re$ بـ: $f(x)=\frac{1}{4}x+3$

I. الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على $\Re$ والمستقيم (D) الذي معادلته $y=x$.

أ. أنقل الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الاولى للمتتالية (u_n) دون حسابها مبرزا خطوط الانشاء.

ب. ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها ؟



II. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n<4$

ب. ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n).

III. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي :

$v_n=\ln(4-u_n)$.

أ. بيّن وجود المتتالية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي n.

ب. برهن أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ج. أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

د. ادرس تقارب المتتالية (u_n).

IV. نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المجموع S_n و الجداء P_n المعرّفين كما يلي :

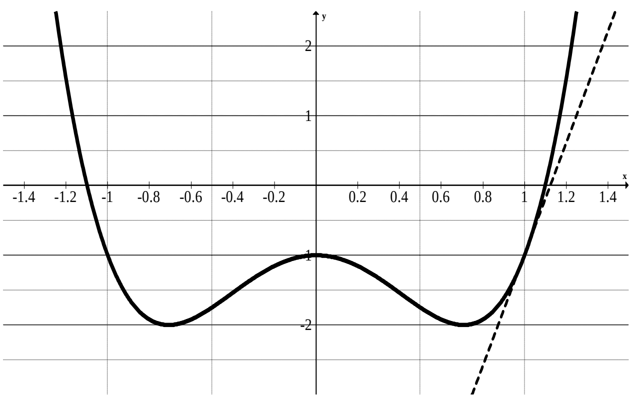
$$S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n \quad \text{و} \quad P_n=(4-u_0)\times(4-u_1)\times\ldots\times(4-u_n)$$

أ. احسب بدلالة n المجموع S_n.

ب. أوجد علاقة بين S_n و P_n ثمّ استنتج P_n بدلالة n.

التّمرين الثّاني: (08نقاط)

I. لتكن g دالة عددية معرّفة على $\Re$ بـ: $g(x)=ax^4+bx^2+c$ حيث a ؛ b و c اعداد حقيقية ثابتة. وليكن في الشّكل المقابل (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(T):y=8x-9$ المماس عند النقطة ذات الفاصلة 1 للمنحنى (C).



1. انطلاقا من التّمثيل البياني اوجد الاعداد الحقيقية a ؛ b و c.

2. نأخذ $g(x)=4x^4-4x^2-1$ من أجل كلّ x من $\Re$.

أ. احسب $g'(x)$ مشتقة الدّالّة g ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدّالّة g.

ب. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّين مختلفين في الاشارة α $(\alpha<0)$ و β على $\Re$ يطلب تعيين حصر لهما بيانيا سعته 2×10^{-1} .

ج. اوجد القيم المضبوطة لـ α و β.

د. استنتج إشارة $g\left(x\right)$ على $\mathfrak{R}$.

II. لتكن f دالة عددية معرّفة على $\mathfrak{R}^*$ بـ: $f\left(x\right)=\dfrac{2x^2-1}{xe^{x^2}}$ و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. ادرس شفعيّة الدّالة f ثمّ فسّر النتيجة بيانيا.
2. أ. احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f\left(x\right)$ ثمّ استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}f\left(x\right)$.

   ب. بيّن أنّ المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما.
3. أ. بيّن انّ $f'\left(x\right)=\dfrac{-g\left(x\right)}{x^2e^{x^2}}$ من اجل كلّ x من $\mathfrak{R}^*$.

   ب. استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها(تعطى $f\left(\alpha\right)\approx 0.4$ و $f\left(\beta\right)\approx -0.4$)
4. ليكن $\left(T_\lambda\right)$ المماس عند النقطة ذات الفاصلة λ للمنحني $\left(C_f\right)$ حيث λ عدد حقيقي من $\mathfrak{R}^*$.

   أ. بيّن انّ $\left(T_\lambda\right)$ يشمل المبدأ اذا و فقط اذا كان $f\left(\lambda\right)-\lambda f'\left(\lambda\right)=0$.

   ب. اوجد القيم الممكنة للعدد λ .

   ج. اكتب معادلة $\left(T_\lambda\right)$ في هذه الحالة.
5. أ. حلّ في $\mathfrak{R}^*$ المعادلة $f\left(x\right)=0$ ثمّ فسّر النتائج بيانيا.

   ب. ارسم $\left(T_\lambda\right)$ و $\left(C_f\right)$.

   ج. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f\left(x\right)=e^{-1}x+m$.

التمرين الثّالث: (06نقاط)

I. نعتبر الدالة f المعرفة على $\left]0;+\infty\right[$ بما يلي : $f(x)=2x\left[2\ln^2(x)-3\ln\left(x\right)+2\right]$ و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.
2. بيّن أنّ $f'\left(x\right)=2\left[\ln\left(x\right)+1\right]\left[2\ln\left(x\right)-1\right]$ من أجل كلّ x من $\left]0;+\infty\right[$ ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة f.
3. اكتب معادلة المماس $\left(T\right)$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النّقطة ذات الفاصلة e.
4. بيّن أنّ $f''\left(x\right)=\dfrac{2}{x}\left[4\ln\left(x\right)+1\right]$ من أجل كلّ x من $\left]0;+\infty\right[$ ثم استنتج أنّ $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
5. ارسم $\left(T\right)$ و $\left(C_f\right)$ (وحدة الرّسم $\left\|\vec{i}\right\|=2cm$ و $\left\|\vec{j}\right\|=1cm$)

II. لتكن g الدّالة المعرّفة على $\mathfrak{R}$ بـ: $g(x)=f\circ\exp(-x)$.(تعيين عبارة g غير مطلوب)

1. استنتج نهايات الدّالة g عند حدود مجموعة التعريف.
2. أ. استنتج عبارة g' الدّالة المشتقة للدّالة g .

   ب. ادرس اشارة $g'\left(x\right)$ ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة g.
3. اكتب معادلة المماس $\left(T'\right)$ للمنحنى $\left(C_g\right)$ عند النّقطة ذات الفاصلة -1.
4. ارسم $\left(T'\right)$ و $\left(C_g\right)$ في نفس الشكل السابق.