

حل الموضوع الأول

(3) نعوض مركبات التمثيل الوسيط

للمستقيم (D) في المعادلة الديكارتية

للمستوي (P') نجد:

$$(5+t)-(4-t)+t-4=0$$

$$t=1 \text{ إذا}$$

نعوض قيمة t في التمثيل الوسيط

$$\begin{cases} x=6 \\ y=3 \text{ نجد } (D) \\ z=1 \end{cases}$$

إذا نقطة تقاطع (P') و (D) هي A'(6;3;1)

(4) بما أن المستقيم (Δ) يشمل النقطة A

و يوازي (P) فإنه محتوي في المستوي (P')

و بما أنه يقطع (D) فإنه يقطعه في النقطة

A' لأن المستوي (P') يقطع المستقيم (D)

في A'

إذا الشعاع AA' شعاع توجيه للمستقيم

(Δ)

لتكن M(x; y; z) نقطة كيفية من

المستقيم (Δ) إذا الشعاعان AM و AA'

مرتبطان خطيا

و منه يوجد عدد حقيقي k حيث

$$(\Delta): \overline{AM} = k \overline{AA'}$$

$$\text{لدينا } \overline{AA'} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ إذا}$$

$$(\Delta): \begin{cases} x-1=5k \\ y+1=4k \\ z-2=-k \end{cases} / k \in \mathbb{R}$$

حل التمرين الاول:

$$(D): \begin{cases} x+y-9=0 \\ y+z-4=0 \end{cases} \text{ تكافئ (1)}$$

$$(D): \begin{cases} x=-y+9 \\ y=-z+4 \end{cases} \dots (*)$$

نضع z=t مع t ∈ ℝ

$$(D): \begin{cases} x=9-y \dots (1) \\ y=4-t \dots (2) \\ z=t \end{cases} / t \in \mathbb{R} \text{ إذا (*) تكافئ}$$

$$(D): \begin{cases} x=5+t \\ y=4-t \\ z=t \end{cases} / t \in \mathbb{R} \text{ نجد (1) في (2)}$$

(2) المستويان (P) و (P') متوازيان هذت يكافئ

أن شعاعهما الناظميان متساويان

$$\text{لدينا } \vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ شعاع ناظمي للمستوي (P) إذا}$$

فهو أيضا شعاع ناظمي للمستوي (P')

نفرض M(x; y; z) نقطة كيفية من المستوي

(P') إذا الشعاعان AM و n متعامدان

$$\text{و منه } (\overline{AM} \cdot \vec{n}) = 0 \text{ و } (P')$$

$$\overline{AM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y+1 \\ z-2 \end{pmatrix} \text{ لدينا}$$

$$(P'): 1(x-1)-1(y+1)+1(z-2)=0 \text{ إذا}$$

$$\text{ومنه } (P'): x-y+z-4=0$$

حل الموضوع الأول

ندرس إشارة العبارة $-x^2 - x + 2$ لأن المقام موجب تماما

بعد حل المعادلة $-x^2 - x + 2 = 0$ باستخدام المميز Δ نجد حلان متممايزان $x_1 = 1$ و $x_2 = -2$

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$-x^2 - x + 2$	$-$	0	$+$	$-$

بما أن $0 < u_n < 1$ فإن العبارة $-u_n^2 - u_n + 2$ موجبة و منه المتتالية (u_n) متزايدة تماما
 2) لإثبات أن المتتالية (v_n) هندسية نثبت أن $v_{n+1} = v_n \cdot q$ حيث q عدد حقيقي مستقل عن n

$$v_{n+1} = \frac{3 - \frac{10}{u_n + 4} + 2}{1 - 3 + \frac{10}{u_n + 4}}, \quad v_{n+1} = \frac{u_{n+1} + 2}{1 - u_{n+1}}$$

$$v_{n+1} = \frac{5(u_n + 2)}{2(1 - u_n)}, \quad v_{n+1} = \frac{\frac{5u_n + 10}{u_n + 4}}{\frac{-2u_n + 2}{u_n + 4}}$$

$$v_{n+1} = \frac{5}{2} v_n \quad \text{إذا}$$

$$v_0 = \frac{u_0 + 2}{1 - u_0} = 3$$

إذا (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{2}$ و

حدها الأول $v_0 = 3$

$$v_n = 3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^n \quad \text{إذا} \quad v_n = v_0 \cdot q^n$$

$$(\Delta): \begin{cases} x = 5k + 1 \\ y = 4k - 1 \quad / k \in \mathbb{R} \\ z = -k + 2 \end{cases}$$

حل التمرين الثالث:

1) لتكن فرضية التراجع $P(n)$ حيث

$$n \geq 0 \quad P(n): 0 < u_n < 1$$

- نتحقق من صحة $P(0)$

$$P(0): 0 < u_0 < 1$$

$$P(0): 0 < \frac{1}{4} < 1 \quad \text{محقة}$$

- نفرض أن $P(n)$ صحيحة من أجل كل n و

نبرهن صحة $P(n+1)$ بمعنى نبرهن أن $0 < u_{n+1} < 1$

$$0 < u_n < 1$$

بإضافة 4 نجد $4 < 4 + u_n < 5$

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{4 + u_n} < \frac{1}{4} \quad \text{بالمقلوب نجد}$$

$$-\frac{1}{4} < -\frac{1}{4 + u_n} < -\frac{1}{5} \quad \text{بالتضرب في } -1 \text{ نجد}$$

$$-\frac{10}{4} < -\frac{10}{4 + u_n} < -\frac{10}{2} \quad \text{بالتضرب في } 10 \text{ نجد}$$

$$3 - \frac{5}{2} < 3 - \frac{10}{4 + u_n} < 3 - 2 \quad \text{بإضافة } 3 \text{ نجد}$$

$$\frac{3}{2} < u_{n+1} < 1 \quad \text{إذا}$$

$$0 < u_{n+1} < 1 \quad \text{إذا} \quad 0 < \frac{3}{2} < 1$$

و منه فرضية التراجع $P(n)$ محقة من أجل كل

$$n \in \mathbb{N}$$

$$u_{n+1} - u_n = 3 - \frac{10}{u_n + 4} - u_n \quad \text{ب)}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 - u_n + 2}{u_n + 4}$$

حل الموضوع الأول

$$z_B = \overline{z_A}$$

$$|z_B| = |z_A| \text{ إذا}$$

$$\arg z_B = -\arg z_A = \frac{\pi}{4} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \text{ و}$$

$$z_B = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} \text{ و } z_A = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}} \text{ إذا}$$

(2) النقطة B مركز ثقل المثلث ACD يكافئ

$$z_B = \frac{z_A + z_C + z_D}{3}$$

$$z_D = 3z_B - z_A - z_C \text{ إذا}$$

$$z_D = 6 + 8i \text{ ومنه}$$

(3) المبدأ O ينتهي إلى المجموعة (Γ) يكافئ

$$\arg\left(\frac{z_B - z_O}{z_A - z_O}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\arg \frac{z_B}{z_A} = \arg z_B - \arg z_A = 2 \arg z_B = \frac{\pi}{2}$$

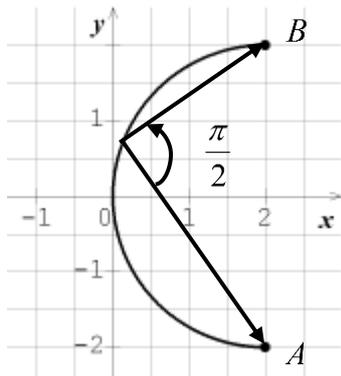
إذا المبدأ O ينتهي إلى المجموعة (Γ)

مجموعة النقط (Γ) هي عبارة عن نصف

دائرة ذات القوس المباشر BA ماعدا

النقطتين A و B

رسم توضيحي:



(4) h تحاكي مركزه النقطة C ونسبته 2

يكافئ

$$h: (z' + 2) = 2(z + 2)$$

$$v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n} \text{ (ب)}$$

$$v_n(1 - u_n) = u_n + 2$$

$$v_n - v_n \cdot u_n = u_n + 2$$

$$u_n(-1 - v_n) = 2 - v_n$$

$$u_n = \frac{2 - v_n}{-1 - v_n} = \frac{v_n - 2}{v_n + 1} = \frac{v_n + 1}{v_n + 1} - \frac{3}{v_n + 1} = 1 - \frac{3}{v_n + 1}$$

أساس المتتالية (v_n) أكبر من 1 و حدها الأول

موجب

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty \text{ إذا}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - \frac{3}{v_n + 2} = 1 \text{ ومنه}$$

حل التمرين الثالث:

$$\begin{cases} z + 2 = 0 \\ z^2 - 4z + 8 = 0 \end{cases} \text{ تكافئ } (z + 2)(z^2 - 4z + 8) = 0 \text{ (1)}$$

$$z = -2 \text{ تكافئ } z + 2 = 0$$

$$z^2 - 4z + 8 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(8) = -16 = (4i)^2$$

$$z_1 = \frac{4 - 4i}{2} = 2 - 2i \text{ إذا}$$

$$z_2 = \frac{4 + 4i}{2} = 2 + 2i$$

إذا مجموعة حلول المعادلة هي

$$S = \{2 - 2i; 2 + 2i; -2\}$$

$$|z_A| = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2} \text{ (II)}$$

$$\begin{cases} \cos \theta_A = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \theta_A = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \theta_A = \frac{-\pi}{4} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}$$

حل الموضوع الأول

(2) فيما يلي يتم حساب النهايات

باستخدام النهايات بالتركيب:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{3}x + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\infty (-$$

$$\text{لأن } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x+1} = 0^+ \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0} \ln X = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{3}x + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = +\infty (-$$

$$\text{لأن } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{x+1} = +\infty \text{ و } \lim_{X \rightarrow +\infty} \ln X = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{3}x + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = +\infty (-$$

$$\text{لأن } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x+1} = 1 \text{ و } \lim_{X \rightarrow 1} \ln(X) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{3}x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{3}x + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -\infty (-$$

$$\text{لأن } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{x+1} = 1 \text{ و } \lim_{X \rightarrow 1} \ln(X) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{3}x = -\infty$$

بما أن $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ فإن منحنى الدالة

f يقبل مستقيماً مقارباً موازياً لمحور

$$x = -1$$

بما أن $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$ فإن منحنى الدالة

f يقبل مستقيماً مقارباً موازياً لمحور

$$x = 1$$

(3) الدالة f قابلة للإشتقاق على كل

مجال مفتوح من مجالات مجموعة تعريفها

و دالتها المشتقة:

$$\text{إذا } h: z' = 2z + 2$$

$$h(A) = A' \text{ يكافئ } z_{A'} = 2z_A + 2 = 6 - 4i$$

$$h(B) = B' \text{ يكافئ } z_{B'} = 2z_B + 2 = 6 + 4i$$

إذا (Γ') هي نصف دائرة ذات القوس المباشر $B'A'$

بما أن $[AB]$ قطر لنصف الدائرة (Γ') إذا نصف

قطرها $r' = \frac{A'B'}{2} = \frac{|z_B - z_A|}{2} = 4$ ومركزها النقطة

$$z_{\omega'} = \frac{z_{A'} + z_{B'}}{2} = 6$$

حل التمرس الرابع:

الدالة f فردية يكافئ: من أجل كل x من D_f :

$$\begin{cases} -x \in D_f \\ \text{و} \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$$

$$x \in D_f \text{ يكافئ } x < -1 \text{ أو } 1 < x$$

إذا بالضرب في -1 نجد $-x > 1$ أو $-1 > -x$

$$\text{إذا } -x \in D_f$$

$$f(-x) = \frac{3}{2}(-x) + \ln\left(\frac{-x-1}{-x+1}\right) (-$$

$$f(-x) = -\frac{3}{2}x + \ln\left(\frac{-(x+1)}{-(x-1)}\right)$$

$$\left(\ln\left(\frac{a}{b}\right) = -\ln\left(\frac{b}{a}\right)\right) f(-x) = -\frac{3}{2}x - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

إذا الدالة f دالة فردية

التفسير البياني: بما أن الدالة f دالة فردية فإن

منحناها البياني يقبل المبدأ كمركز تناظر

حل الموضوع الأول

$$f(x) - \frac{2}{3}x = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \frac{2}{3}x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$$

$$\lim_{X \rightarrow 1} \ln(X) = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x+1} = 1 \text{ لأن}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - \frac{2}{3}x = \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$$

$$\lim_{X \rightarrow 1} \ln(X) = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{x+1} = 1 \text{ لأن}$$

إذا المنحنى (C_f) يقبل المستقيم (Δ) ذو

المعادلة $y = \frac{2}{3}x$ كمستقيم مقارب مائل

بجوار $+\infty$ و $-\infty$

(-دراسة الوضعية:

$$\frac{x-1}{x+1} = 1 \text{ تكافئ } \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$$

إذا $x-1 = x+1$ و منه $-1 = 1$

و منه المعادلة $f(x) - y = 0$ لا تقبل حلول

في \mathbb{R}

إذا المنحنى (C_f) لا يقطع المستقيم (Δ)

$$x \in D_f \text{ مع } \frac{x-1}{x+1} > 1 \text{ يكافئ } \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) > 0$$

$$\text{إذا } \frac{x-1}{x+1} - 1 > 0 \text{ و منه } \frac{-2}{x+1} > 0$$

نحل المتراجحة $\frac{-2}{x+1} > 0$ عن طريق دراسة

إشارة العبارة $\frac{-2}{x+1}$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	$+$	$-$	

$$f'(x) = \frac{2}{3} + \frac{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)'}{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3} + \frac{2}{(x+1)^2} \times \frac{(x+1)}{(x-1)} = \frac{2}{3} + \frac{2}{(x+1)(x-1)}$$

$$f'(x) = \frac{2(x^2-1)+6}{3(x^2-1)} = \frac{2(x^2+2)}{3(x^2-1)}$$

العبارة $0 < x^2 + 2$ إذا ندرس إشارة المقام على D_f

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
x^2-1	$+$	$-$	$+$	

إذا الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty; -1[$

و متزايدة تماما أيضا على المجال $]1; +\infty[$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$

$$f(1,9) \approx 0,09, f(1,8) \approx -0,05 \quad (4)$$

الدالة f مستمرة ورتيبة على المجال $]1,8; 1,9[$ و

$$f(1,8) \times f(1,9) < 0 \text{ إذا حسب مبرهنة القيم}$$

المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث $1,8 < \alpha < 1,9$

حل الموضوع الأول

نقاط تقاطع المستقيمات (Δ_m) ذو المعادلة

$$y = |m|x \text{ مع منحنى الدالة } f$$

و بما أن الوسيط مضروب في المتغير x

فهذه المناقشة تعتبر مناقشة بيانية

دورانية

(- إيجاد النقطة الثابتة التي تشمها جميع

المستقيمات (Δ_m)

$$y = |m|x \text{ إذا } y - |m|x = 0 \text{ ومنه } x = 0 \text{ و}$$

$$y = 0$$

(- شرح الطريقة: بما أن معامل توجيه

المستقيمات (Δ_m) موجب إذا فإن

المستقيمات (Δ_m) تقع فوق محور الفواصل

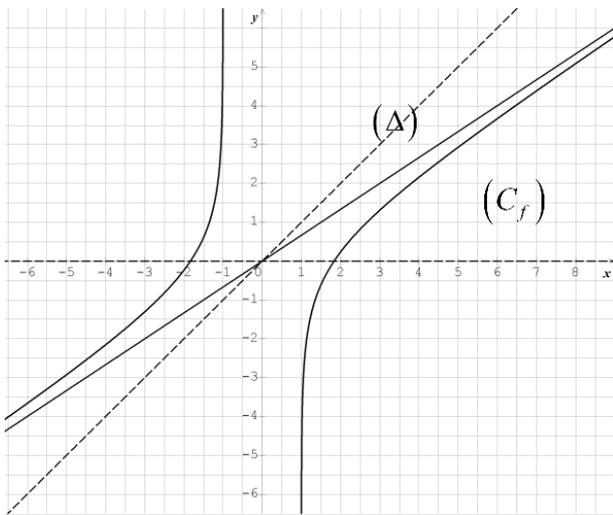
$$\text{لما } x > 0$$

إذا نأخذ بعين الإعتبار محور الفواصل و

المستقيم المقارب المائل فقط و نرسم بينهما

مستقيم كفي و فوقهما مستقيم كفي

آخر



إذا لما $x \in]-\infty; -1[$ العبارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) > 0$ إذا

المنحنى (C_f) فوق المستقيم (Δ)

$$\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) < 0 \text{ يكافئ } \frac{x-1}{x+1} < 1 \text{ مع } x \in D_f$$

$$\text{إذا } \frac{x-1}{x+1} - 1 < 0 \text{ و منه } \frac{-2}{x+1} < 0$$

نحل المتراجحة $\frac{-2}{x+1} < 0$ عن طريق دراسة إشارة

$$\text{العبارة } \frac{-2}{x+1}$$

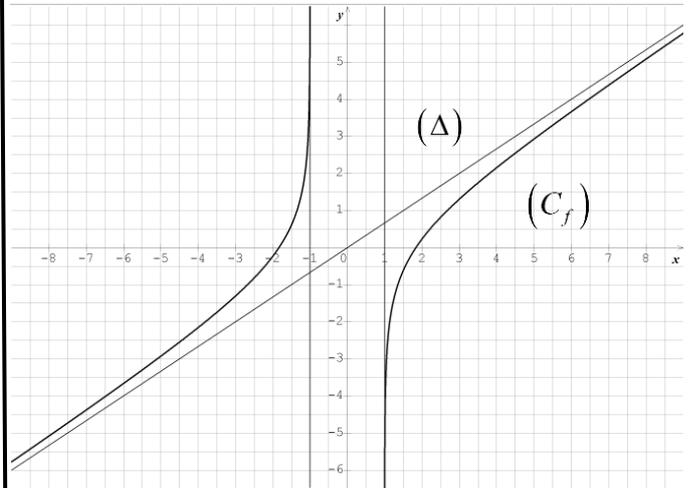
إذا حسب الجدول السابق

لما $x \in]1; +\infty[\cap D_f$ العبارة $x \in]-1; +\infty[\cap D_f$

إذا $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) < 0$ المنحنى (C_f) تحت المستقيم

(Δ)

(6)



$$(2-3|m|)x + 3 \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0 \quad (7)$$

بعد الحساب و التبسيط نجد $f(x) = |m|x$

إذا عدد حلول المعادلة

$$(2-3|m|)x + 3 \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0 \text{ بيانيا هي عدد}$$

حل الموضوع الأول

لما $0 \leq |m| < \frac{2}{3}$ أي $-\frac{2}{3} < m < \frac{2}{3}$ المعادلة تقبل

حلان متميزان

لما $|m| \leq \frac{2}{3}$ أي $m \leq \frac{2}{3}$ أو $m \geq \frac{2}{3}$ المعادلة لا تقبل

حلول في \mathbb{R}

حل الموضوع الثاني

شعاع ناظمي للمستوي إذا الشعاع $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

شعاع توجيهه للمستقيم (Δ)

لتكن نقطة كيفية من المستقيم

(Δ) إذا الشعاعان \vec{n} و \vec{OM} مرتبطان

خيوطيا إذا $\vec{OM} = k\vec{n} / k \in \mathbb{R}$ (Δ) :

$$(\Delta): \begin{cases} x = 2k \\ y = 3k / k \in \mathbb{R} \\ z = 6k \end{cases} \text{ ومنه}$$

(3) لتعيين نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و

المستوي (ABC) نعوض مركبات التمثيل

الوسيطي في المعادلة الديكارية للمستوي

(ABC)

$$k = \frac{6}{49} \text{ فنجد}$$

نعوض k في التمثيل الوسيطي للمستقيم

$$\text{فنجد } H \left(\frac{12}{49}, \frac{18}{49}, \frac{36}{49} \right)$$

(4) (BH) يعامد (AC) يكافئ $\vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0$

$$\vec{BH} \begin{pmatrix} \frac{12}{49} \\ \frac{80}{49} \\ \frac{36}{49} \end{pmatrix}$$

$$\text{إذا } \vec{BH} \cdot \vec{AC} = \frac{12}{49} \cdot (-3) + \frac{80}{49} \cdot 0 + \frac{36}{49} \cdot 1 = 0$$

$$\vec{CH} \begin{pmatrix} \frac{12}{49} \\ \frac{18}{49} \\ \frac{13}{49} \end{pmatrix}$$

حل التمرين الاول:

(1) النقاط C, B, A تعين مستويا يكافئ الشعاعان

\vec{AB} و \vec{AC} غير مرتبطان خطيا

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

نفرض أن الشعاعان \vec{AB} و \vec{AC} مرتبطان خطيا

إذا يوجد عدد حقيقي k حيث $\vec{AB} = k\vec{AC}$

$$\begin{cases} -3 = -3k \\ 2 = 0 \\ 0 = k \end{cases} \text{ إذا وهذا غير ممكن}$$

إذا الشعاعان \vec{AB} و \vec{AC} غير مرتبطان خطيا و

منه النقاط C, B, A ت تعين مستويا

(-) لتكن $(ABC): ax + by + cz + d = 0$ معادلة

المستوي (ABC) إذا $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ شعاع ناظمي للمستوي

$$\begin{cases} \vec{AC} \cdot \vec{n} = 0 \\ \vec{AB} \cdot \vec{n} = 0 \end{cases} \text{ ومنه}$$

$$\begin{cases} -3a + 2b = 0 \\ -3a + c = 0 \end{cases} \text{ إذا}$$

بوضع $a = 2, b = 3, c = 6$ نجد

بتعويض إحداثيات النقطة A في معادلة المستوي

$$\text{نجد } d = -6$$

إذا $(ABC): 2x + 3y + 6z - 6 = 0$

(2) المستقيم (Δ) عمودي على المستوي

(ABC) إذا شعاع توجيهه المستقيم هو

حل الموضوع الثاني

(2) لتكن فرضية التراجع $P(n)$ حيث

$$P(n): -4 < u_n \leq 0$$

(-) نتحقق من صحة $P(0)$

$$P(0): -4 < u_0 \leq 0$$

$$P(0): -4 < 0 \leq 0$$

محقة

(-) نفرض صحة $P(n)$ ونبرهن صحة $P(n+1)$

بمعنى نبرهن أن $4 < u_{n+1} \leq 0$

$-4 < u_n \leq 0$ والدالة f متزايدة على المجال

$[-4; 0]$ إذا

$$f(-4) < f(u_n) < f(0)$$

$$\frac{-16}{11} \leq 0 \text{ و بما أن } -4 < u_{n+1} \leq \frac{-16}{11}$$

$$\text{إذا } -4 < u_{n+1} \leq 0$$

و منه حسب فرضية التراجع فإن $-4 < u_n \leq 0$

(-) إثبات أن (u_n) متناقصة تماما

$$u_{n+1} - u_n = \frac{3u_n - 16}{u_n + 11} - u_n$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 - 8u_n - 16}{u_n + 11}$$

$-4 < u_n$ إذا $7 < u_n + 11$ و منه المقام موجب

$$\text{إذا البسط } -u_n^2 - 8u_n - 16 = -(u_n + 4)^2$$

سالب

ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما

$$(3) v_n \times u_n = 1 - 4v_n \text{ إذا } v_n \times (u_n + 4) = 1$$

$$\text{و منه } v_n = \frac{1}{u_n + 4}$$

نحسب $\overline{CH} \cdot \overline{AB}$

$$\overline{CH} \cdot \overline{AB} = \frac{12}{49} \cdot (-3) + \frac{18}{49} \cdot (2) + \frac{13}{49} \cdot 0 = 0$$

إذا (CH) يعامد (AB) ومنه (CH) عمود لـ

(AB) و بما أن النقطة H تنتمي لكلا العمودين

فهي نقطة تقاطع الأعمدة

حل التمرس الثاني:

(I) الدالة f قابلة للإشتقاق على $[-4; 1]$ و دالتها

المشتقة

$$f'(x) = \frac{49}{(x+11)^2}$$

$49 > 0$ و $(x+11)^2 > 0$ إذا الدالة متزايدة تماما

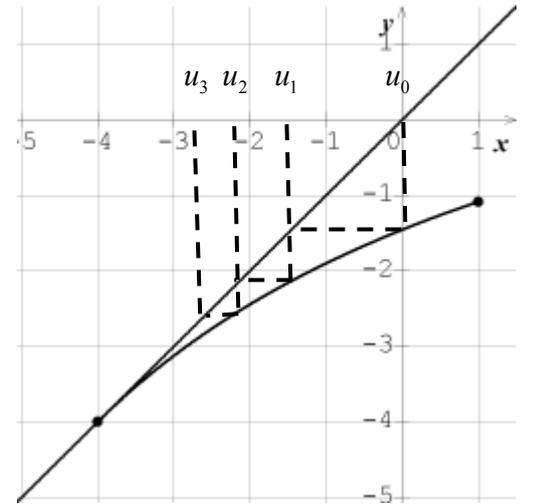
على $[-4; 1]$

إذا كان $-4 \leq x \leq 1$ فإن $f(-4) \leq f(x) \leq f(1)$

$$\text{إذا } \frac{-13}{12} \leq 1 \text{ و بما أن } -4 \leq f(x) \leq \frac{-13}{12}$$

$$\text{إذا } -4 \leq f(x) \leq 1$$

(II)



التخمين: المتتالية (u_n) متناقصة و متقاربة

حل الموضوع الثاني

حل التمرس الثالث:

(1) بما أن i تعدم المقام إذا فهي قيمة ممنوعة و لا تعتبر حلا و منه الإجابة خاطئة

$$(z+2) \times (\bar{z}+2) = (z+2) \times (\overline{z+2}) \quad (2)$$

هنا نضرب عددا بمرافقه أي z' مع \bar{z}'

$$\text{و نعلم أن } |z'|^2 = z' \times \bar{z}'$$

$$\text{إذا } (z+2) \times (\bar{z}+2) = |z+2|^2$$

(3) نحسب طوليلة و عمدة العدد

$$a = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$|a| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$\theta_a = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad / \quad k \in \mathbb{Z} \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos \theta_a = \frac{1}{2} \\ \sin \theta_a = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right.$$

بتطبيق دستور موافر نجد

$$\left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3n} = \cos \pi n + i \sin \pi n$$

$\cos n\pi = 1$ و $\sin n\pi = 0$ من أجل الأعداد

الزوجية أو $\cos n\pi = -1$ من أجل الأعداد

الفردية

$$\text{إذا } \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3n} = 1 \quad \text{إذا كان } n \text{ زوجي أو}$$

$$= -1 \quad \text{إذا كان } n \text{ فردي}$$

و منه الإجابة خاطئة

$$S: (z'-1) = 3e^{\frac{i\pi}{2}} (z-1) \quad (4)$$

$$\text{إذا } S: z' = 3iz + 1 - 3i$$

لإثبات أن (v_n) متتالية هندسية نثبت أن

حيث $v_{n+1} - v_n = r$ عدد حقيقي مستقل عن n

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{u_{n+1} + 4} - \frac{1}{u_n + 4}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{\frac{3u_n - 16}{u_n + 11} + 4} - \frac{1}{u_n + 4}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{u_n + 11}{7(u_n + 4)} - \frac{1}{u_n + 4}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{u_n + 11}{7(u_n + 4)} - \frac{7}{7(u_n + 4)}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{7}$$

$$v_0 = \frac{1}{u_0 + 4} = \frac{1}{4}$$

إذا (v_n) متتالية هندسية أساسها $r = \frac{1}{7}$ و حدها

$$v_0 = \frac{1}{4} \quad \text{الأول}$$

(- حساب المجموع

$$S = v_0 \times u_0 + v_1 \times u_1 + \dots + v_{2016} \times u_{2016}$$

$$S = 1 - 4v_0 + 1 - 4v_1 + \dots + 1 - 4v_{2016}$$

$$S = \underbrace{1+1+\dots+1}_{2016-0+1} - 4(v_0 + v_1 + \dots + v_{2016})$$

$$S = 2017 - 4 \left(\frac{(2017)(v_0 + v_{2016})}{2} \right)$$

$$S = 2017 - 4 \left(\frac{(2017) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 2016 \left(\frac{1}{7} \right) \right)}{2} \right)$$

بعد التبسيط و الحساب نجد:

$$S = 72612$$

حل الموضوع الثاني

إذا الدالة f متزايدة تماما على المجال

$$[2; +\infty[$$

$$f(0) = 2$$

$$f(2) = 2 - \frac{4}{e}$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	2	$2 - \frac{4}{e}$	2

$$(T): y = f'(1)(x-1) + f(1) \quad (3)$$

$$f'(1) = -1$$

$$f(1) = 1 \text{ و}$$

$$(T): y = -x + 2 \text{ إذا}$$

الدالة h قابلة ل h للإشتقاق على \mathbb{R} و

دالتها المشتقة:

$$h'(x) = (x-1)e^{1-x}$$

$$h'(x) = 0 \text{ يكافئ } x=1$$

إذا

x	1
$h'(x)$	$-$ $+$

$h(1) = 0$ قيمة حدية صغرى للدالة h إذا

$$h(x) \geq 0 \text{ من أجل كل } x \in \mathbb{R}$$

إذا كان $r=3$ فإن $r'=3r=9$

و w' صورة w بالتحويل S

$$z_{w'} = 3i(i) + 1 - 3i = -2 - 3i \text{ إذا}$$

ومنه $w(-2; -3)$

إذا الإجابة صحيحة

$$z = (\sin \alpha + i \cos \alpha)(\cos \alpha - i \sin \alpha) \quad (5)$$

$$z = \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right) (\cos(-\alpha) + i \sin(-\alpha))$$

$$z = \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha \right) \right)$$

إذا الإجابة صحيحة

حل التمرس الرابع:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \quad (-1)$$

$$\text{لأن } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} e = 0 \text{ (نهاية شهيرة)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad (-)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^{1-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{e^x} e = +\infty \text{ لأن}$$

(2) الدالة f قابلة للإشتقاق على \mathbb{R} و دالتها

المشتقة

$$f'(x) = -2xe^{1-x} + e^{1-x}x^2 = x(x-2)e^{1-x}$$

ب) $e^{1-x} > 0$ إذا إشارة $f'(x)$ من إشارة $x(x-2)$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$x(x-2)$	$+$	0	$-$	$+$

إذا الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty; 0]$

إذا الدالة f متناقصة تماما على المجال $[0; 2]$

حل الموضوع الثاني

4) الدالة F قابلة للإشتقاق على \mathbb{R} و

$$F'(x) = f(x) \text{ دالتها المشتقة}$$

إذا F دالة أصلية للدالة f

$$\int_0^1 f(x) dx = \left[2x + (x^2 + 2x + 2)e^{1-x} \right]_0^1$$

$$\int_0^1 f(x) dx = 7 - 2e$$

(-الوضع النسبي:

$$f(x) - y = x(1 - xe^{1-x}) = xh(x)$$

إذا إشارة $f(x) - y$ من إشارة x

إذا لما $x \in]-\infty; 0[$ المنحنى تحت المماس

لما $x = 0$ المنحنى يقطع المماس

لما $x = 1$ المنحنى يكون مماسي مع المماس

لما $x \in]0; 1[\cup]1; +\infty[$ المنحنى فوق المماس

$$f(-0,7) \approx -0,68, \quad f(-0,6) \approx 0,21 \quad (2)$$

الدالة f مستمرة ورتيبة على المجال

$]-0,7; -0,6[$ و $f(-0,7) \times f(-0,6) < 0$ إذا

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة

$f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$-0,7 < \alpha < -0,6$$

(3)

