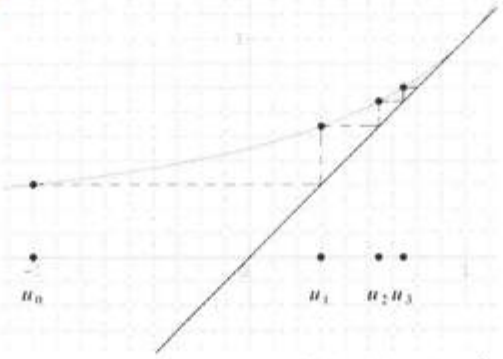
عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	المجموع

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

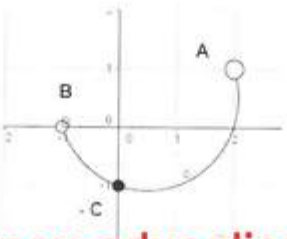
1) معادلة المستوي (P) : $x+3y+z-8=0$	0.50	0.50
2) التحقق أن معادلة (P') هي : $x+2y-z=0$.	01	01
3) (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) لأن الشعاعين الناظمين لكل من (P) و (P') غير مرتبطين خطيا	0.25	0.75
التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ): $\begin{cases} x=5t-16 \\ y=-2t+8 \\ z=t \end{cases} / t\in\mathbb{R}$	0.50	
4) إحداثيات G : $G\left(1;\frac{6}{5};\frac{17}{5}\right)$	0.50	1.75
$G\in(ABC)$ لأنها مرجح للنقط الثلاث $A;B;C$ .....(1)	0.25	
$G\in(\Delta)$ لأن إحداثيات G تحقق جملة التمثيل الوسيطي لـ (Δ) .....(2)	0.25	
من(1) و (2) نجد $\{G\}=(ABC)\cap(\Delta)$		
مجموعة النقط:		
$MG=OA$ تكافئ $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-12\overrightarrow{MC}\right\|=10\left\|\overrightarrow{OA}\right\|$	0.50	
(E) سطح كرة مركزها G ونصف قطرها OA	0.25	

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) رسم الشكل المقابل وتمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مُبرزاً خطوط التمثيل	0.50	0.75
		
التخمين : المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومتقاربة	0.25	

ency-education.com
3as.ency-education.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
2) البرهان بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n < 1$.	0.75	0.75
3) اتجاه التغير : نجد $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)^2}{2-u_n}$ و منه المتتالية (u_n) متزايدة تماما .	0.50	0.75
تقارب (u_n) :المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومحدودة فهي متقاربة .	0.25	
4) أ) المتتالية (v_n)حسابية أساسها 2 : $v_{n+1} - v_n = 2$	0.50	1.75
عبارة الحد العام : $v_n = 2n+1$	0.50	
ب) عبارة u_n بدلالة n : $u_n = 1 - \frac{2}{2n+1}$	0.50	
النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	0.25	
التمرين الثالث :(05 نقاط)		
1) الشكل الاسي: $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$	0.50	01
طبيعة المثلث ABC .: المثلث ABC قائم في C لان $\left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA}\right) = \frac{\pi}{2}$	0.50	
2) العبارة المركبة للتشابه المباشر S : $z' = \frac{1}{2}iz - \frac{1}{2} - i$.	01	01
3) أ) لاحقة D : $z_D = -2-3i$	0.50	1.50
التحقق أن: $z_E = 1-2i$	0.25	
ب) الرباعي $ADEB$ معين .	0.75	
4) التحقق أنّ النقطة C تنتمي الى (Γ) : $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_C - z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$	0.25	01.50
طبيعة المجموعة (Γ):	0.25	
$\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$ معناه $(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA}) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad / k \in \mathbb{Z}$	0.50	
(Γ) هي نصف الدائرة المفتوحة التي حداها النقطتين A و B وتشمل النقطة C .		
إنشاء (Γ).	0.50	



ency-education.com
3as.ency-education.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع

التمرين الرابع :(07 نقاط)

1) أ) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = +\infty$ ، 0.25 — 2×0.25

وجود مستقيمين مقاربين معادلتيهما : $x=2$; $x=1$ — 1.25

ب) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$. 2×0.25

2) بين أنه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = -2 - \dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، 0.50

جدول تغيرات الدالة f . 01 — 0.50

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	‖	↗	‖	↘	$-\infty$

3) أ) من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x)\in D_f$ 0.25

من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $f(3-x)+f(x)=0$ 0.50 — 01

ب) (C_f) يقبل مركز تناظر إحداثياته: $A(\frac{3}{2};0)$ 0.25

4) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,45;0,46[$ 0.50

استنتج أنها تقبل حلا آخر β لدينا $f(3-\alpha)+f(\alpha)=0$ و $f(\alpha)=0$ 0.25 — 01

$\beta = 3-\alpha$ 0.25

حصر β : $2,54 \le \beta \le 2,55$

5) (Δ) مقارب مائل لـ (C_f)، 0.50

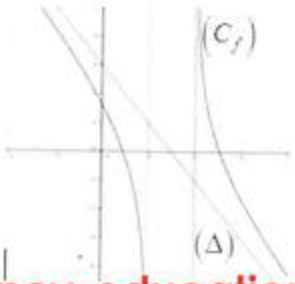
$\lim\limits_{x\to -\infty}[f(x)-(-2x+3)]=0$; $\lim\limits_{x\to +\infty}[f(x)-(-2x+3)]=0$ — 01

وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ).

لما $x<1$ يقع تحت (Δ). 0.50

لما $x>2$ يقع فوق (Δ)

6) ارسم (Δ) و (C_f). 0.25 — 0.75



0.50

3as.ency-education.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
7) اثبات أن الدالة: $h: x \mapsto (x-1)ln(x-1)-(x-2)ln(x-2)$ أصلية للدالة $x \mapsto ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2;+\infty[$.	0.50	01
حساب بدلالة β المساحة : $S = \int_{\beta}^{3} 2\ln(\frac{x-1}{x-2})dx = 2h(3) - 2h(\beta)$	0.50	

ency-education.com

3as.ency-education.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع

الموضـــــــــــوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) اثبات أن النقط A ، B و C تعين مستو — 0.75 — 0.75

2) أ) $\begin{cases}\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{AB}=0\\ \overrightarrow{CD}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$ يكفي اثبات $\begin{cases}(CD)\perp(AB)\\ (CD)\perp(AC)\end{cases}$ — 0.50 — 1.75

ب) معادلة المستوي (ABC): $2x+y-z-3=0$ — 0.75

حساب المسافة $d(D;(ABC))=2\sqrt{6}$ — 0.50

3) أ) المثلث ABC قائم في النقطة A لأن $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ — 0.50 — 1.50

ب) حجم رباعي الوجوه $ABCD$: $V_{ABCD}=14\,u.v$. — 01

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) الثبات ان: من أجل كل عدد طبيعي k ، $4^{5k}\equiv 1[11]$. — 01 — 01

2) الاستنتاج — 01 — 01

$4^{5k}\equiv 1[11]\ ;\ 4^{5k+1}\equiv 4[11]\ ;\ 4^{5k+2}\equiv 5[11]\ 4^{5k+3}\equiv 9[11]\ ;\ 4^{5k+4}\equiv 3[11]$

3) الثبات أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $\left(2\times 2017^{5n+3}+3\times 1438^{10n}+1\right)\equiv 0[11]$ — 01 — 01

4) $\left(2\times 2017^{5n+2}+n-3\right)\equiv 0[11]$ معناه $n=11k+6\ /\ k\in\mathbb{N}$ — 01 — 01

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) أ) اكتب $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_C=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ — 2×0.25

استنتاج الشكل الأسي $z_B=\overline{z}_A=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_D=\overline{z}_C=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$. — 2×0.25 — 1.50

ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $(z_A)^n=(z_B)^n$. — 0.50

$(z_A)^n=(z_B)^n$ معناه $n=4k\ /\ k\in\mathbb{N}$

2) أ) مركز التحاكي h هو O ونسبته 2 — 0.50 — 1.50

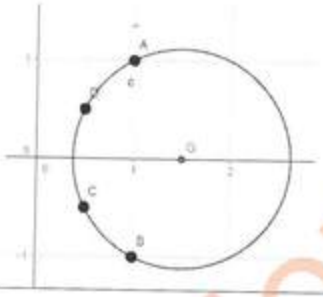
ب) $\left|\frac{z_C-z_B}{z_D-z_A}\right|=1$ — 0.25

الرباعي $ADCB$ شبه منحرف متساوي الساقين لأن $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}\\ BC=AD\end{cases}$ — 0.75

3) $z_G=\frac{3}{2}$ — 0.50 — 0.50

ency-education.com

3as.ency-education.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
4) $A\in(\Gamma)$ لأن $2(z_B-z_A)-(z_C-z_A)-(z_D-z_A)=1-2i$	0.50	1.50
المجموعة (Γ) هي مجموعة نقط دائرة مركزها G ونصف قطرها $\frac{\sqrt{5}}{2}$	0.50	
انشاء (Γ) 	0.50	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I) 1) دراسة اتجاه التغير: g تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا $g'(x)=3x^2+6$	0.25	0.50
g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ لأن $3x^2+6>0$	0.25	
2) اثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]-1,48;-1,47[$	0.50	01
إشارة $g(x)$	0.50	
II) 1) أ) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.	0.50	1.75
ب) تبيان أن: من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=\frac{x\,g(x)}{(x^2+2)^2}$	0.50	
اتجاه تغير الدالة:	0.25	
الدالة f متناقصة تماما على $[\alpha;0]$ ومتزايدة تماما على المجالين $]-\infty;\alpha]$ و $[0;+\infty[$		

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0 $+$

ency-education.com

3as.ency-education.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	0.50	

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$ 0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$f(\alpha)$ ↘	-3 ↗	$+\infty$

01	0.50	2) أ) $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty}\dfrac{-2(x+3)}{x^2+2}=0$
	0.50	ب) الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ)

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f(x)-x$	$+$	0	$-$

(C_f) فوق (Δ) لما $x\in]-\infty;-3[$

(C_f) تحت (Δ) لما $x\in]-3;+\infty[$

$(C_f)\cap(\Delta)=\{I(-3;-3)\}$

01	0.50	3) بيان أن $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$
	0.50	استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$. $-2,22<f(\alpha)<-2,21$
0.75	0.25	4) رسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).
	0.50	
	0.25	5) اثبات أن: من أجل كل $x\in[\alpha;0]$ ، $-3\le f(x)\le f(\alpha)$ ثم بيان أن : $\dfrac{3}{2}\alpha^2\le S\le -3\alpha$.
		من جدول تغيرات الدالة f

3as.ency-education.com

عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	المجموع
إذا كان $\alpha \le x \le 0$ فان $f(0) \le f(x) \le f(\alpha)$ $-\int_{\alpha}^{0} f(\alpha)dx \le -\int_{\alpha}^{0} f(x)dx \le -\int_{\alpha}^{0} (-3)dx$ معناه $\frac{3}{2}\alpha^2 \le S \le -3\alpha$	0.75	01

ency-education.com

3as.ency-education.com