الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة :جوان 2009

الشعبة:تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 ساعات ونصف

---

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

## الموضوع الأول

**التمرين الأول:(3 نقاط )**

$f$ دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني و جدول تغيراتها معطى كما يلي:

| x | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 2 | ↗ | $+\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | 2 |

أجب بـــ: **خطأ** أو **صحيح** على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة.

1. المستقيم الذي معادلته $y = 2$ مقارب للمنحنى $(C_f)$.
2. المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا.
3. مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > 0$ هي $S = ]-\infty\ ;\ -1[\cup]-1\ ;\ +\infty[$ .
4. في المجال $]-\infty\ ;\ -1[$ يكون: "$f(-2) > f(x)$ عندما يكون $x < -2$".
5. النقطة $A(-3\ ;\ 1)$ تنتمي إلى المنحنى $(C_f)$.
6. الدالة $f$ زوجية.

**التمرين الثاني (4 نقاط ):**

1) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بـــ: $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ يكون: $3u_{n+1} = u_n + 4$

أ ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$، يكون $u_n \leq 2$ .

ب ) بيّن أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة.

جـــ) استنتج مع التبرير أنّ المتتالية $(u_n)$ متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n = u_n - 2$

أ) بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول و أساسها.

ب) أكتب الحد العام $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج الحد العام $u_n$ بدلالة $n$.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

د) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث $S_n = u_0 + ... + u_n$ .

## التمرين الثالث (4 نقاط ):

يحتوي كيس على 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 1،2،3،3 و 5 كرات حمراء تحمل الأرقام 1،2،2،3،3. نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة.

1.شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الآتيتين:

- باعتماد ألوان الكرات.
- باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات.

2.احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

أ) $A$ : الكرتان المسحوبتان بيضاوان.

ب) $B$ : إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء.

ج) $C$ : لا يظهر الرقم 1.

## التمرين الرابع (9 نقاط ):

الدالة العددية $f$ معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

يرمز $(C_f)$ إلى المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I. 1) عيّن الأعداد الحقيقية $a$ ، $b$ ، $c$ بحيث يكون من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}-\{-1\}$ :

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$$

2) احسب نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

3) بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب يطلب تعيين معادلة له .

4) بيّن أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$.

5) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$.

II. 1) بيّن أنّه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن: $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$ و($f'$ هي الدالة المشتقة للدالة $f$)

2) عيّن اتجاه تغيّر الدالة $f$ على مجالي مجموعة تعريفها و شكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة للمماس $(D)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

III. 1) بيّن أنّ النقطة $A(-1;-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(C_f)$.

2) ارسم كلا من: $(\Delta)$، $(D)$ و $(C_f)$.

3) عيّن بيانيا قيّم الوسيط الحقيقي $m$ حتى يكون للمعادلة $f(x)=m$ حلاّن مختلفان.

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e^2-1$

# الموضوع الثاني

## التمرين الأول (05 نقاط)

$(U_n)$ متتالية عددية معرّفة بـ $U_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $U_{n+1} = 3U_n - 2$.

1. احسب $U_1$ ، $U_2$ .
2. لتكن المتتالية العددية $(V_n)$ المعرفة بـ : $V_n = U_n - 1$.

   أ – أثبت أنّ المتتالية $(V_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها $q$ و حدها الأول $V_0$.

   ب– اكتب عبارة الحد العام $V_n$ بدلالة $n$.
3. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $U_{n+1} - U_n = (-4) \times 3^n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$.
4. عيّن العدد الطبيعي $n$ بحيث يكون : $U_0 + U_1 + ... + U_n = n - 79$.

## التمرين الثاني: ( 4 نقاط)

يمثّل الجدول التالي عدد الزوّار( بالآلاف) لأحد الحمّامات المعدنية بين سنتي 2000 و 2007.

| السنة | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| رتبة السنة $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| عدد الزوّار $y_i$ ( بالآلاف) | 4,5 | 4,9 | 5,5 | 5,2 | 5,7 | 6 | 6,8 | 7,4 |

1- مثّل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.

(على محور الفواصل $2cm$ تمثل سنة واحدة ، على محور التراتيب: $1cm$ ألف زائر)

2- عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة $G$ لهذه السلسلة ثم علّمها .

3- بيّن أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل:

$$y = 0,38x + 4$$

4- باستعمال التعديل الخطي السابق عيّن عدد زوّار هذا الحمّام في سنة 2010؟

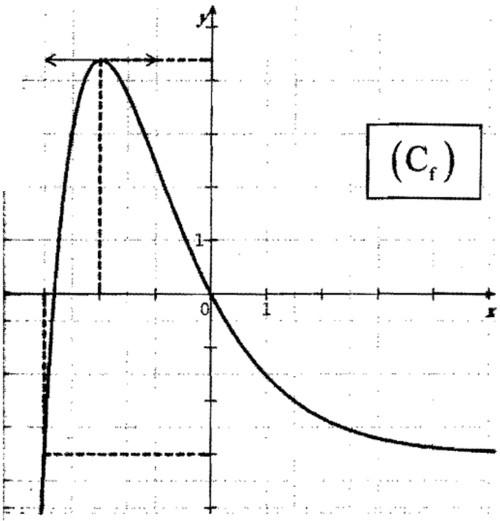
## التمرين الثالث: ( 03 نقط )

ليكن $P(x)$ كثير الحدود حيث: $P(x) = 2x^2 - 5x + 2$.

1. أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

   ب) استنتج في المجال $]0, +\infty[$ حلول المتراجحة التالية : $2(\ln x)^2 - 5\ln x + 2 > 0$
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2^{2x+1} = 5 \times 2^x - 2$

**<u>التمرين الرابع:</u> (8 نقاط)**



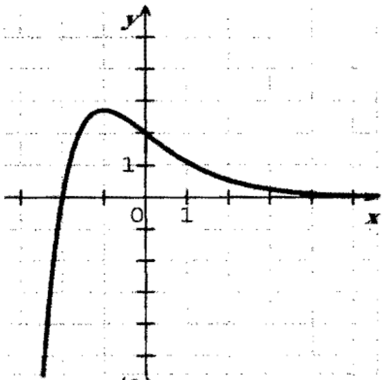

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان و ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بقراءة بيانية للمنحنى $(C_f)$:

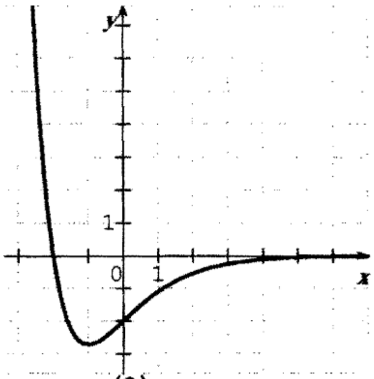
أ) عيّن $f(-3)$ ، $f(0)$، $f'(-2)$.

ب) عيّن حسب قيم $x$ إشارة $f'(x)$.

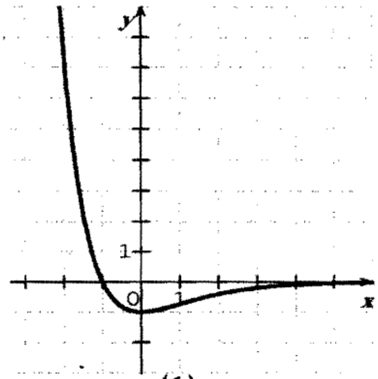
ج) من بين المنحنيات الثلاثة (1)، (2)، (3) عيّن، مع التبرير، المنحنى الممثل للدالة $f'$ مشتقة الدالة $f$ .



(3)



(2)



(1)

2. أ) بيّن أنّه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة $f$ .

ج) بيّن أنّ $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له.

د) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=-2$ تقبل في المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا $\alpha$ محصورا بين $1,50$ و $1,52$.

3) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(-x-4)e^{-x}$ وليكن $I$ العدد الحقيقي حيث:

$$I=\int_{-2}^{0} f(x)dx$$

أ) احسب $f'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}$ .

ب) أعط تفسيرا بيانيا للعدد $I$ مبررا الحصر التالي $4,5<I<5$ باعتبارات بيانية محضة.

ج) احسب العدد $I$.