



دورة: 2022

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الحسابية التي أساسها r وحدها الأول u_0 حيث: $u_0 = 3$ و $u_0 + u_1 = 8$

(1) بيّن أنّ: $r = 2$ ثم اكتب عبارة u_n بدلالة n واحسب u_{1443}

(2) بيّن أنّ: 4047 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثم احسب المجموع S حيث: $S = u_{1443} + u_{1444} + \dots + u_{2022}$

(3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

(أ) بيّن أنّ: $S_n = n^2 + 4n + 3$

(ب) عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 120$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عدنان طبيعيين حيث: $a = 2022$ و $b = 1443$

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من a و b على 5 ثم استنتج أنّ: $a + b \equiv 0[5]$

(2) (أ) تحقّق أنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + a^2 + a^3)$ على 5 هو 4

(ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $(a + a^2 + a^3 + n)$ القسمة على 5

(3) تحقّق أنّ: $a + b + 4 \equiv -1[5]$ ثم بيّن أنّ العدد $(a + b + 4)^b + (a + b + ab)^a$ يقبل القسمة على 5

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أحسب $f'(x)$ ثم ادرس اتجاه تغيّر الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

(3) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 1

(4) (أ) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x) = (1-x)(x-3)$

(ب) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(5) حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = -3$ ثم استنتج فاصلتي النقطتين من (C_f) اللتين ترتيبيتهما -3.

(6) أنشئ المماس (T) ثم المنحنى (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عدنان طبيعيان حيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9 هو 8 و $a+b \equiv 3[9]$

(1) بين أن باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 9 هو 4

(2) تحقق أن العددين b و 103 متوافقان بترديد 9

(3) أ) بين أن: $a \equiv -1[9]$ و $103^3 \equiv 1[9]$

ب) تحقق أن: $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 2[9]$

(4) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $a^{2022} + 103^3 + n \equiv 0[9]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية التي أساسها q موجب تماما وحدها الأول u_0 حيث: $u_0 = 3$ و $u_0 + u_1 + u_2 = 21$

(1) بين أن $q^2 + q - 6 = 0$ ثم استنتج أن $q = 2$

(2) أحسب u_1 و u_2

(3) أ) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n

ب) هل العدد 96 حد من حدود المتتالية (u_n) ؟

(4) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

ب) عين العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 93$ (لاحظ أن: $32 = 2^5$)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (x-2)^2(2x+1)$ ،

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4$

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 2(x-2)(3x-1)$

(4) أ) أدرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R}

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على \mathbb{R} ثم شكّل جدول تغيراتها.

(5) أكتب معادلة Γ مماس المنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 0

(6) أ) تحقق أن المنحنى (C_f) يشمل النقطتين $A(2; 0)$ و $B\left(\frac{-1}{2}; 0\right)$

ب) أنشئ المماس (T) ثم المنحنى (C_f)