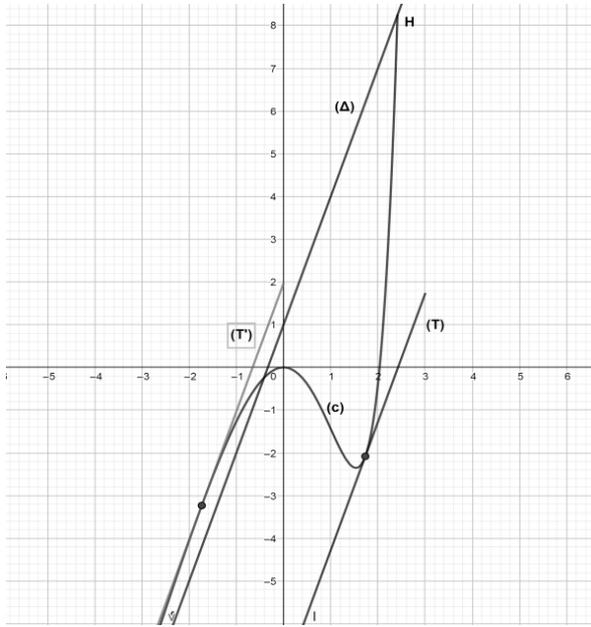


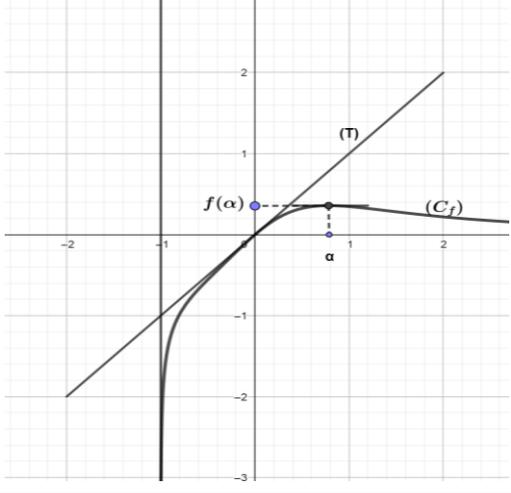
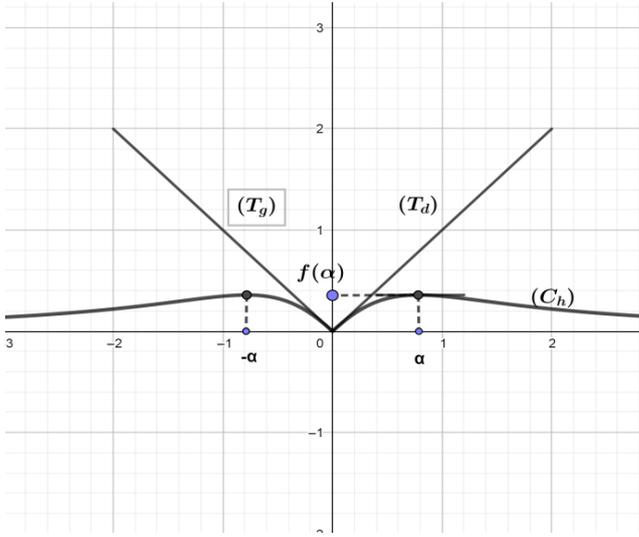
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)						
مجموعة	مجزأة							
التمرين الأول: (04 نقاط)								
01.25	0.25	<p>(1) أ. التحقق : $u_{n+1} = -\frac{11}{4} + \frac{27}{4(-4u_n+1)}$</p> <p>ب. البرهان بالتراجع : $-2 < u_n < -1$</p> <p>ج. (u_n) متناقصة تماما ، (u_n) متقاربة.</p>						
	0.50							
	0.25+0.25							
02.00	0.50	<p>(2) أ. (v_n) هندسية أساسها 3 : $v_{n+1} = v_n \times 3$</p> <p>حدّها الأول $v_0 = -4$</p> <p>ب. $v_n = -4 \times 3^n$</p> <p>استنتاج : $u_n = \frac{3}{2+4 \times 3^n} - 2$</p> <p>ج. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -2$</p>						
	0.25							
	0.50							
	0.50							
	0.25							
0.75	0.25	<p>(3) أ. التَّحَقَّق : $\frac{3}{u_n+2} - 2 = -v_n$</p> <p>ب. $S_n = (n+1)\ln 4 + \frac{(n+1)n}{2}\ln 3$</p>						
	0.50							
التمرين الثاني: (04 نقاط)								
01	0.25x4	<p>(1) توزيع الكريات الاثنتي عشرة حسب الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4</p> <p>عدد الكريات التي تحمل الرقم 1 هو 4 ، عدد الكريات التي تحمل الرقم 2 هو 2</p> <p>عدد الكريات التي تحمل الرقم 3 هو 3 ، عدد الكريات التي تحمل الرقم 4 هو 3</p>						
02.25	3x0.75	<p>(2) $p(C) = \frac{5}{12}$ ، $p(B) = \frac{3}{4}$ ، $p(A) = \frac{7}{12}$</p>						
0.75	0.25	<p>(3) مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي 1,2,3,4</p> <p>$E(X) = \frac{29}{12}$</p>						
	0.50							
التمرين الثالث: (05 نقاط)								
01	01.00	<p>(1) حلّ المعادلة $(E) (x, y) = (k+1, 42k+4) \quad k \in \mathbb{Z}$</p>						
02.75	0.50	<p>(2) أ. تبيان أن الأعداد a ، b و c تُحَقِّق : $113a = 3(c - 42b + 151)$</p> <p>استنتاج أن : $a = 3$</p> <p>ب. $a = 3$ و $113a = 3(c - 42b + 151)$ تكافئ $42b - c = 38$</p> <p>$b = 1$ و $c = 4$ ، $N = 2021$</p>						
	0.50							
	0.25							
01.25	0.50	<p>(3) أ. بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 6</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>n</td> <td>2k</td> <td>2k+1</td> </tr> <tr> <td>الباقى</td> <td>1</td> <td>5</td> </tr> </table> <p>ب. $2021^{2n} + 1441^n + 4$ مضاعف للعدد 6</p> <p>ج. $A_n \equiv 0[6]$ يعني : n فردي</p>	n	2k	2k+1	الباقى	1	5
	n		2k	2k+1				
	الباقى		1	5				
0.50								
0.25								

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)																					
مجموعة	مجزأة																						
التمرين الرابع: (07 نقاط)																							
01.50	0.25+0.25	<p>1(I) دراسة تغيّرات الدالة g $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 3$ $g'(x) = (x^2 + 2x - 3)e^x$ إشارة $g'(x)$: $g'(x) > 0$ على $]-\infty; -3[$ و $]1; +\infty[$ و $g'(x) < 0$ على $] -3; 1[$ و $g'(x) = 0$ من أجل $x = -3$ أو $x = 1$ g متزايدة تماما على كل من $]-\infty; -3[$ و $]1; +\infty[$ و متناقصة تماما على $] -3; 1[$ جدول التغيّرات.</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-3</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td></td> <td></td> <td>$g(-3)$</td> <td></td> <td>$g(1)$</td> <td></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-3	0	1	α	$+\infty$	$g'(x)$		+	0	-	0	+	$g(x)$			$g(-3)$		$g(1)$	
	x		$-\infty$	-3	0	1	α	$+\infty$															
	$g'(x)$			+	0	-	0	+															
	$g(x)$				$g(-3)$		$g(1)$																
0.25	0.25																						
0.25	0.25																						
0.25	0.25																						
01.00	0.50	<p>2) أ . g مستمرة و متزايدة تماما ، $g(1,53) \times g(1,54) < 0$ ب . $g(0) = 0$ إشارة $g(x)$: $g(x) > 0$ على $] -\infty; 0[$ و $] \alpha; +\infty[$ و $g(x) < 0$ على $] 0; \alpha[$ ج . $g(x) = 0$ لما $x = \alpha$ أو $x = 0$</p>																					
	0.25																						
	0.25																						
01.00	0.25+0.25	<p>1 (II) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ 2) أ . تبيان أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ب . استنتاج اتجاه تغير الدالة f ج . جدول تغيّرات الدالة f</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td></td> <td>$f(\alpha)$</td> <td></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	α	$+\infty$	$f'(x)$		+	0	-	$f(x)$			$f(\alpha)$							
	x		$-\infty$	0	α	$+\infty$																	
	$f'(x)$			+	0	-																	
	$f(x)$				$f(\alpha)$																		
0.25	0.25																						
0.25	0.25																						
0.25	0.25																						
01.25	0.25	<p>3) أ . تبيان أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 3x + 1$ مقارب مائل لـ (C) عند $-\infty$ ب . وضعيّة (C) بالنسبة إلى (Δ) : (C) أعلى (Δ) على $] -\infty; 1 - \sqrt{2}[$ و $] 1 + \sqrt{2}; +\infty[$ و (C) أسفل (Δ) على $] 1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}[$ ج . يقطع (Δ) عند $H(1 - \sqrt{2}; -3\sqrt{2} + 4)$ و $H'(1 + \sqrt{2}; 3\sqrt{2} + 4)$ د . تبيان أنّ (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تحقق: $2,03 < \beta < 2,04$</p>																					
	0.25																						
	0.25																						
	0.50																						

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)															
مجموعة	مجزأة																
01.00	0.25x3	<p>(4) رسم (Δ) ، (T) ، (T') على (C) في $]-\infty ; 1+\sqrt{2}]$</p> 															
	0.25																
01.00	0.25+0.25	<p>(5) أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = -\infty$. ب. h متزايدة تماما على كل من $[0; 1]$ و $[e^\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1; e^\alpha]$ جدول تغيراتها.</p> <table border="1" data-bbox="606 1321 1085 1579"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>e^α</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$h'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0+</td> </tr> <tr> <td>$h(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$f(0)$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </tbody> </table>	x	0	1	e^α	$+\infty$	$h'(x)$	+	0	-	0+	$h(x)$	$-\infty$	$f(0)$	$f(\alpha)$	$+\infty$
	x		0	1	e^α	$+\infty$											
$h'(x)$	+	0	-	0+													
$h(x)$	$-\infty$	$f(0)$	$f(\alpha)$	$+\infty$													
0.25																	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)								
مجموعة	مجزأة									
التمرين الأول: (04 نقاط)										
01.25	0.50	<p>(1) أ . البرهان بالتراجع : $0 < u_n < 2$</p> <p>ب. (u_n) متزايدة تماما ، (u_n) متقاربة.</p>								
	0.25+0.50									
01.25	0.25+0.25	<p>(2) أ . (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، $v_0 = -3$</p> <p>ب. $v_n = -3\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، $u_n = \sqrt{4 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^n}$</p> <p>ج. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$</p>								
	0.25+0.25									
	0.25									
01.50	0.50	<p>(3) أ . تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{n \times 2^{n+2} + 3}{2^n} - 2$</p> <p>ب. تبيان أن : $PGCD(2^n ; 3 + n \times 2^{n+2}) = PGCD(2^n ; 3)$</p> <p>ج. استنتاج أن : $PGCD(2^n ; 3 + n \times 2^{n+2}) = 1$</p> <p>د. إيجاد قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $S_n = \frac{83}{8}$</p> <p>$99 \times 2^n = 8(3 + n \times 2^{n+2})$ يعني $S_n = \frac{83}{8}$</p> <p>نجد : $n = 3$</p>								
	0.25									
	0.25									
	0.25									
	0.25									
التمرين الثاني: (04 نقاط)										
0.50	0.50	(1) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو 42								
02	0.50+0.50	<p>(2) أ . $P(A) = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$ و $P(B) = 1 - P(A) = \frac{4}{7}$</p> <p>ب. $P(C) = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$ و $P(E) = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$</p>								
	0.50+0.50									
01.50	0.25	<p>(3) قانون احتمال مجموعة قيم X هي : $\{0;1;2\}$</p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{12}{42}$</td> <td>$\frac{24}{42}$</td> <td>$\frac{6}{42}$</td> </tr> </table> <p>أمله الرياضيائي : $E(X) = \frac{6}{7}$</p>	x_i	0	1	2	$P(X = x_i)$	$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$
	x_i		0	1	2					
	$P(X = x_i)$		$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$					
0.75										
	0.50									

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)												
مجموعة	مجزأة													
التمرين الثالث: (05 نقاط)														
01.25	0.75 0.50	(1) أ. حل المعادلة (E): $(x; y) = (6k+1, 7k+1) \quad k \in \mathbb{Z}$ ب. التحقق أن xy عدد طبيعي غير معدوم يكفي أن نثبت $(6k+1)(7k+1) > 0$												
01.25	0.75	(2) أ. بواقي قسمة 4^n على 7												
	0.50	ب. $4 \times 2019^{2021} + 2022^{2022}$ يقبل القسمة على 7												
0.50	0.50	(3) البرهان بالتراجع $4^n \equiv 4[6]$												
02	0.50	(4) أ. تبيان أن: $A = 4^{ab} - 4$												
	0.50	$A = 0 \times 4^0 + 3 \times 4^1 + \dots + 3 \times 4^{ab-1} = 3 \times (4^1 + \dots + 4^{ab-1})$												
	01	ب. التَّحَقُّقُ أنَّ: $A \equiv 0[6]$ ($ab \in \mathbb{N}^*$ و $4^n \equiv 4[6]$) تعيين الثنائيات $(a; b)$ التي من أجلها يكون A قابلا للقسمة على 42 $A \equiv 0[42]$ يعني $A \equiv 0[7]$ و منه $4^{k+1} \equiv 4[7]$ أي $k = 3h \quad h \in \mathbb{N}$ و منه: $(a; b) = (18p+1; 21p+1) \quad p \in \mathbb{N}$												
التمرين الرابع: (07 نقاط)														
0.75	0.75	(1) (I) (C) أعلى (Γ) على $]-1; \alpha[$ و (C) أسفل (Γ) على $[\alpha; +\infty[$ (C) يتقاطعان (Γ) في $H(\alpha; \alpha^2 + 1)$												
0.75	0.75	(2) إشارة $g(x)$ $g(x) > 0$ على $]-1; \alpha[$ و $g(x) < 0$ على $[\alpha; +\infty[$ $g(x) = 0$ لما $x = \alpha$												
0.75	0.25+0.25 0.25	(1) (II) أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ب. $x = -1$ و $y = 0$ معادلتا مستقيمان مقاربان للمنحني (C_f)												
01.50	0.50	(2) أ. تبيان أن $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$												
	0.50	ب. f متزايدة تماما على $]-1; \alpha[$ و متناقصة تماما على $[\alpha; +\infty[$ جدول تغيراتها الدالة f .												
	0.50	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	-1	α	$+\infty$	$f'(x)$		+	-	$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	0
x	-1	α	$+\infty$											
$f'(x)$		+	-											
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	0											

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجزأة	
0.75	0.25	<p>ج. $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$</p> <p>$0.35 < f(\alpha) < 0.36$</p> <p>د. معادلة لـ (T) : $y = x$</p>
	0.25	
	0.25	
0.75	0.25	<p>5 رسم (T)</p> <p>رسم (C_f)</p> 
	0.50	
01.75	0.25	<p>أ. الدالة h زوجية.</p> <p>ب. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{h(x)}{x} = -1$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{h(x)}{x} = 1$ ، h غير قابلة للاشتقاق من أجل الصفر</p> <p>التفسير: وجود نصفي مماسين في المبدأ</p> <p>ج. (C_h) ينطبق على (C_f) على [0; +∞[ثم نتم بالتناظر بالنسبة الى حامل محور الترتيب .</p>  <p>رسم (C_h) انطلاقا من (C_f)</p>
	0.25+0.25	
	0.25	
	0.25	
0.50		